

Primer Parcial de Matemática 2002 Cátedra de Gutiérrez

Matemática: (Parcial tomado en Ciudad Universitaria el Jueves 17/10/02)

Tema 4

- 1) Dadas las parábolas de ecuaciones $y = x^2 + 4x + 1$, $y = x^2 + 1$. Calcular la distancia entre sus vértices.
- 2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por $A = (2, 6)$ y corta al gráfico de $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$ en el punto de abscisa $-\frac{1}{2}$.
- 3) Dada $f(x) = \frac{7x+3}{x+b}$, determinar b para que $f(4) = -1$. Para el valor de b hallado, dar las ecuaciones de las asíntotas de la función inversa f^{-1} .
- 4) Hallar el dominio, ceros y conjunto de negatividad y de positividad de $f(x) = (x-4) \ln(x+8)$.

Solución de los Ejercicios:

1) En la parábola $y = x^2 + 4x + 1$ podemos hallar el vértice aplicando $v_x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow v_x = -\frac{4}{2} = -2$

Reemplazamos en la ecuación original para hallar $v_y = (-2)^2 + 4(-2) + 1 = -3$

$V_1 = (-2; -3)$ (coordenadas del vértice de la primera parábola)

Ahora trabajemos en la segunda parábola.

$$y = x^2 + 1 \quad v_x = 0 \quad v_y = 0^2 + 1 = 1$$

$V_2 = (0, 1)$ (coordenadas del vértice de la segunda parábola)

Para calcular la distancia entre V_1 y V_2 aplicamos Pitágoras: $D^2 = (-2 - 0)^2 + (-3 - 1)^2 = 13$

$$D = \sqrt{13}$$

2) Calculemos primeramente el punto dentro de la función $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$

$$f(-\frac{1}{2}) = 2(-\frac{1}{2})^3 - 3(-\frac{1}{2}) + 1 = \frac{9}{4}$$

El punto es: $P = (-\frac{1}{2}, \frac{9}{4})$

Tenemos los dos puntos: $A = (2, 6)$ y $P = (-\frac{1}{2}, \frac{9}{4})$

$$\text{Hallemos la pendiente: } m = \frac{\frac{9}{4} - 6}{-\frac{1}{2} - 2} = \frac{3}{2}$$

Suplantamos el valor de la pendiente y el punto $A = (2, 6)$ en la ecuación de la recta $y = mx + b$.

$$6 = \frac{3}{2} 2 + b \rightarrow b = 3$$

La ecuación de la recta que nos piden es: $y = \frac{3}{2}x + 3$

3) Para determinar b resolvamos $f(4) = -1$

$$f(x) = \frac{7x+3}{x+b} \rightarrow -1 = \frac{28+3}{4+b} \rightarrow b = -35.$$

$f(x) = \frac{7x+3}{x-35}$ Para hallar la inversa es conveniente intercambiar "x" por "y" y viceversa.

$$f(x) = \frac{7x+3}{x-35} \xrightarrow{\text{reemplazamos}} x = \frac{7y+3}{y-35} \quad (\text{despejamos } y).$$

$$f(x)^{-1} = \frac{35x+3}{x-7}$$

Las ecuaciones de las asíntotas:

Asíntota vertical: $x = 7$

Asíntota horizontal: $y = 35$

$$4) f(x) = (x-4) \ln(x+8).$$

$$\text{Dominio: } x+8 > 0 \rightarrow x > -8$$

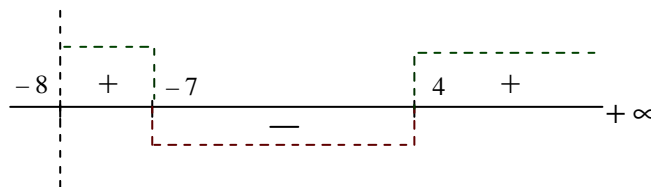
$$\text{Dom.} = (-8, +\infty)$$

Cero de la función: $(x-4) \ln(x+8) = 0$ (Es un producto, entonces, hay dos posibilidades)

$$\text{a) } x-4 = 0 \rightarrow x = 4$$

$$\text{b) } \ln(x+8) = 0 \rightarrow x+8 = 1 \rightarrow x = -7.$$

Para hallar los intervalos de positividad y negatividad nos conviene tomar valores intermedios (a los ceros encontrados) y ver el signo de la imagen.



$$C^{\circ} = \{-7, 4\}$$

$$C^{-} = (-8, -7) \cup (4, +\infty)$$

$$C^{+} = (-7, 4)$$