Primer parcial de Matemática

Cátedra Gutiérrez

Paternal 2000:

1) Hallar un polinomio de grado tres tal que sus únicas raíces sean -1 y 3, además cumpla con $P_{(2)} = 4$.

2) La ganancia de un comerciante (en pesos) en función de los artículos vendidos, viene dada por $g_{(x)} = x^2 - 15x$. Determinar a partir de cuántos artículos vendidos gana más de \$1000.

3) Sea f: R $-$ {$-$ 4} $\rightarrow$ R / $f_{(x)} = \dfrac{1}{x+4} + 3$ Calcular f^{-1} y hallar las ecuaciones de sus asíntotas.

4) Hallar todos los ceros de $f_{(x)} = 4$ sen $(3x - \pi)$ para $x \in [0, \pi]$.

1) $P_{(x)} = a\,(x - x_o)\,(x - x_1) \ldots (x - x_n)$

Grado 3: $P_{(x)} = a\,(x - x_o)\,(x - x_1)\,(x - x_2)$,

Hay dos opciones : (1) : $P_{(x)} = a\,(x - 3)^2\,(x + 1)$

: (2) : $P_{(x)} = a\,(x - 3)\,(x + 1)^2$

Como sabemos que $P_{(2)} = 4$ (quiere decir que cuando $x = 2$, el resultado del polinomio es 4).

Reemplacemos en (1) : $P_{(2)} = a\,(2 - 3)^2\,(2 + 1) \rightarrow 4 = a\,(-1)^2 . 3 \rightarrow 4 = a\,3 \rightarrow a = {}^4/_3$.

De allí que el polinomio (1) sea $\boxed{P_{(x)} = {}^4/_3\,(x - 3)^2\,(x + 1)}$

Reemplacemos en (2) : $P_{(2)} = a\,(2 - 3)\,(2 + 1)^2 \rightarrow 4 = a\,(-1) . 9 \rightarrow 4 = a\,(-9) \rightarrow a = -{}^4/_9$.

De allí que el polinomio (1) sea $\boxed{P_{(x)} = -{}^4/_9\,(x - 3)^2\,(x + 1)}$

2) Dada la ecuación $g_{(x)} = x^2 - 15x$ tenemos que : $x^2 - 15x > 1000$ (trabajemos como si fuera una ecuación, el modo operativo es el mismo).

$x^2 - 15x - 1000 > 0$ (aplicamos cuadrática) $(x - 40)\,(x + 25) > 0$ (resolvamos sin tomar en cuenta al 25 que al despejarse quedará $-$ 25, valor que no tiene aplicación para el problema.)

$x - 40 > 0 \rightarrow \boxed{x > 40}$

Necesita vender más de 40 artículos.

3) Primero hallemos dominio e imagen de: $f_{(x)} = \dfrac{1}{x+4} + 3$

$f_{(x)} = \dfrac{1}{x+4} + 3$ → AH: 3 Img.: R – {AH} → Img.: R – {3}

→ AV: – 4 Dom. : R – {AV} → Dom. : R – {– 4}

Así que tenemos: $f_{(x)}$: Dom. : R – {– 4}→ Img.: R – {3}/ $f_{(x)} = \dfrac{1}{x+4} + 3$

Para hallar la inversa el Dominio (Dom.) se intercambia con la imagen (Img.), de esa manera tenemos que: $f_{(x)}^{-1}$: Dom. : R –{3}→ Img.: R –{– 4}/ $f_{(x)}^{-1}$

Ahora hallemos $f_{(x)}^{-1}$. Para ello cambiemos x por $f_{(x)}^{-1}$ y a $f_{(x)}$ por x.

$$f_{(x)} = \frac{1}{x+4} + 3 \xrightarrow[\text{reemplazando}]{} x = \frac{1}{f_{(x)}^{-1} + 4} + 3$$

Despejen la ecuación en hoja aparte y les quedará: $f_{(x)}^{-1} = \dfrac{1}{x-3} - 4$

Entonces quedará $\boxed{f_{(x)}^{-1} : \text{Dom.} : R - \{3\} \to \text{Img.}: R - \{-4\} / f_{(x)}^{-1} = \dfrac{1}{x-3} - 4}$

4) 4 sen (3x – π) = 0 → sen $\boxed{(3x - \pi) = 0}$

→ Se debe tener en cuenta que para sen α = 0 hay dos valores para el ángulo α, α = 0 (1) y α´= π. (2)

(1) (3x – π) = 0 + kπ (2) (3x – π) = π + kπ (descartado por quedar fuera de [0, π])

kπ permite hallar todos los valores de x en el intervalo [0, π] dándole valores enteros a "k".

$$3x - \pi = 0 + k\pi \quad (\text{despejemos } x) \quad x = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}k\pi \quad \begin{cases} \text{si } k = 0 \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{3} \\ \text{si } k = 1 \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{1}{3}\pi = \dfrac{2}{3}\pi \\ \text{si } k = 2 \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{2}{3}\pi = \pi \end{cases}$$

Solución: $\boxed{\left\{\dfrac{\pi}{3}; \dfrac{2}{3}\pi; \pi\right\}}$