

### Primer Parcial de Análisis (Ingeniería)

Ciudad Universitaria: 1998

1) Estudiar la convergencia de las siguientes sucesiones:

i)  $a_n = \frac{\text{sen}(5n)}{4^n + \cos^2 n}$

ii)  $b_n = \left(\frac{3n-2}{3n+1}\right)^{5n+1}$

2) Dada la función  $g(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{2x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

a) Calcular  $g'(0)$  por definición. b) Si  $f(x) = 5x^2 + 2x$  y  $h(x) = (f \circ g)(x)$ , calcular  $h'(0)$ .

3) Sea  $f(x) = 2ax^3 + 9ax^2 + 12ax + b$ . Hallar  $a$  y  $b$  de modo que la pendiente de la recta tangente al gráfico de  $f$  en  $x = 1$  sea igual a 18 y  $f$  tenga exactamente 2 ceros. Graficar la función hallada.

4) Sea  $f(x) = x^5 (0 \leq x \leq 1)$ . Se construyen todos los rectángulos de lados paralelos a los ejes que tienen una diagonal con extremos en los puntos  $(1,0)$  y  $(x_0, f(x_0))$   $0 \leq x_0 \leq 1$ . Hallar el de área máxima y decir cuanto vale dicha área.

Respuestas : 1) i.) 0 ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} = e^{-5}$ ; 2) a)  $g'(0) = 0$ ; b)  $f'(g(0)) = f'(0) = 2$ ; 3) Caso 1°  $\Rightarrow b = 2$ ; Caso 2°  $\Rightarrow b = 5/2$  4)  $A = (1 - 5/6) (5/6)^5 \sim 0,067$

Paseo Colón: 1998

1) Calcular  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  suponiendo que  $\forall_n: a_n$  verifica:

$$\frac{5}{3} \left(1 - \frac{4}{n^2}\right)^{n^2} e^4 < 9a_n + \frac{2}{3} < \frac{\cos^2 n}{5n^2} + \frac{5}{3}$$

2) Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cdot \cos(4x) - \text{sen}(4x)}{x^3}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \text{sen } x)^{7/x}$

3) Escribir la ecuación de la recta tg. al gráfico de la función  $f(x) = -3 + 5/2 \text{tg}(x^2 - 16)$  en  $x = 4$ .

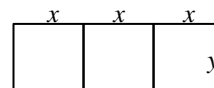
4) Se desea cercar una porción rectangular de tierra de  $294 \text{ m}^2$  y dividirla en tres partes iguales mediante dos cercas paralelas a uno de los lados. ¿Qué dimensiones del rectángulo exterior requerirá la menor longitud total de las tres cercas?

Respuestas:

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1/9$ ; 2) a)  $64/3$ ; b)  $e^{14}$ ; 3)  $y = 20x - 83$ ; 4)  $3x y = 294 \rightarrow x \cdot y = 98 \rightarrow y = 98 \cdot x^{-1}$

Perímetro:  $P = 2x + 2y \rightarrow P(x) = 2x + 2(98 \cdot x^{-1}) \rightarrow P(x) = 2x + 196x^{-1}$

Se deriva y se iguala a 0,  $P'(x) = 2 - 196x^{-2} = 0$  (despejando)



$x = 9,8995 \rightarrow$  longitud: 29,67 ;  $y = 9,8995$