Primer parcial de Análisis (Cs. Económicas)

Cátedra Gutiérrez

1998: (Paternal)

1) Escribir el conjunto A = $\{x \in R / |5x - 2| > 1\}$ como intervalo o unión de intervalos. Decidir si está acotado inferiormente.

2) Sean $f_{(x)} = x - 1$ y $g_{(x)} = \frac{1}{x} + 3$, $x \neq 0$. Si $h_{(x)} = (f \circ g)_{(x)}$ Hallar la expresión de la función inversa $h^{-1}_{(x)}$

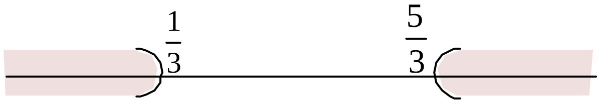
3) Calcular $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{24+x} - \sqrt{26-x}}{x-1}$

4) La función de demanda de cierto artículo viene dada por $p = D_{(q)} = 86 - 0{,}3\ q$, donde p es el precio por unidad y q la cantidad demandada. Hallar q para que el ingreso marginal sea igual a 20 (ingreso = precio x cantidad).

1) $|5x - 2| > 1$ (al sacar el módulo nos queda) => (1) $5x - 2 > 1$ ó (2) $5x - 2 < -1$.

(1) $5x - 2 > 1 \Rightarrow 5x > 1 + 2 \Rightarrow 5x > 3 \Rightarrow x > {}^5/_3$

(2) $5x - 2 < -1 \Rightarrow 5x < -1 + 2 \Rightarrow 5x < 1 \Rightarrow x < {}^1/_3$



Solución: $(-\infty, {}^1/_3) \cup ({}^5/_3, +\infty)$

2) $f_{(x)} = x - 1$ y $g_{(x)} = \frac{1}{x} + 3$ (primero hallemos $h_{(x)}$)

$$h = (f \circ g)_{(x)} \to f_{(g_{(x)})} = f_{\left(\frac{1}{x}+3\right)} = \left(\frac{1}{x}+3\right) - 1 = \frac{1}{x} + 2 \to \boxed{h_{(x)} = \frac{1}{x} + 2}$$

Una vez hallada h, cambiemos x por h^{-1} y a h por x. Despejemos h^{-1}.

$$h_{(x)} = \frac{1}{x} + 2 \to x = \frac{1}{h^{-1}} + 2 \to x - 2 = \frac{1}{h^{-1}} \to \boxed{h_{(x)}^{-1} = \frac{1}{x-2}}$$ (que es la inversa).

3) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{24+x} - \sqrt{26-x}}{x-1} =$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{24+x}-\sqrt{26-x}}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{24+x}+\sqrt{26-x}}{\sqrt{24+x}+\sqrt{26-x}} = \lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt{24+x}\right)^2-\left(\sqrt{26-x}\right)^2}{(x-1)\left(\sqrt{24+x}+\sqrt{26-x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{24+x-(26-x)}{(x-1)\left(\sqrt{24+x}+\sqrt{26-x}\right)} = \lim_{x\to 1} \frac{24+x-26+x}{(x-1)\left(\sqrt{24+x}+\sqrt{26-x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{2x-2}{(x-1)\left(\sqrt{24+x}+\sqrt{26-x}\right)} = \lim_{x\to 1} \frac{2\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\left(\sqrt{24+x}+\sqrt{26-x}\right)} = \lim_{x\to 1} \frac{2}{\left(\sqrt{24+x}+\sqrt{26-x}\right)} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{24+1}+\sqrt{26-1}} = \frac{2}{\sqrt{25}+\sqrt{25}} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{10}}} = \frac{1}{5}$$

4) La función de demanda: $p = D_{(q)} = 86 - 0{,}3\, q$, donde p es el precio por unidad y q la cantidad demandada.

I(ingreso) = $D_{(q)}$ (precio) . q (cantidad).

$I_{(q)} = (86 - 0{,}3\, q).\, q \rightarrow I_{(q)} = 86\, q - 0{,}3\, q^2$

Para hallar el ingreso marginal debemos derivar.

$I'_{(q)} = 86 - 0{,}6\, q$

Si el ingreso marginal es 20 $I'_{(q)} = 20 \Rightarrow 86 - 0{,}6\, q = 20 \Rightarrow 86 - 20 = 0{,}6\, q \Rightarrow 66 = 0{,}6\, q \Rightarrow$

$\Rightarrow 66 : 0{,}6 = q \Rightarrow \boxed{110 = q}$