Primer Parcial: Exactas – Ciudad – 1er Cuat. 2002 Tema 1

1. Calcular $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\left(\frac{n}{n-2}\right)^{2n}}{1+\left(\frac{2n}{n-2}\right)^{3n}}$

2. Sea g una función tres veces derivable con $g_{(0)} = g'_{(0)} = 0$ y $g''_{(0)} = 3$.

Sea $f_{(x)} \begin{cases} \dfrac{e^{g(2x-4)}-1}{5(x-2)} & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$. Calcule, usando la definición, $f\,'_{(2)}$.

3. Para $f_{(x)} = 3x^{2/3} - 4x$, determine el dominio de f y $f\,'$. Encuentre intervalos de crecimiento, de decrecimiento, extremos locales, punto de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad. A partir de la información obtenida, haga un gráfico aproximado de f.

4. Halle las coordenadas del punto de la curva $f_{(x)} = 3x\ \ln(x) - 1/8\ x^3$, con $x \in (0, +\infty)$, donde la pendiente de la recta tangente sea máxima.

Solución:

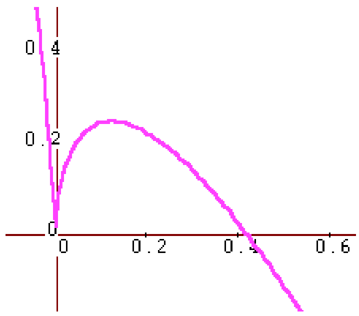
1) $\dfrac{e^4}{1+e^3}$

2) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{e^{g(2h)}-1}{h^2.5} = \dfrac{3}{10}$

3) $Dom_f = R$; $Dom_{f\,'} = R - \{0\}$

x	$(-\infty;0)$	0	$(0;1/8)$	1/8	$(1/8, +\infty)$
$f'_{(x)}$	< 0	—	> 0	0	< 0
$f_{(x)}$		0		¼	

No hay punto de inflexión. Concavidad negativa, excepto en cero.



4) Aclaremos que donde la pendiente de la recta tangente tiene su máximo valor es el punto de inflexión. Necesitamos la segunda derivada.

$f\,''_{(x)} = -\,¾\,x^2 + 3 = 0$ (al despejar x queda que: $x = 2$)

El punto $(2, f_{(2)})$