Primer Parcial: 1998

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4+3x}{2+3x}\right)^{2x-1}$

2) Función oferta y demanda. $\begin{cases} O: A \to \Re / O_{(p)} = 2p+5 \\ D: A \to \Re / D_{(p)} = \dfrac{3p+12}{p} \end{cases}$ Encontrar dominio y determinar el punto de equilibrio analítica y gráficamente. De una interpretación económica.

3) Sacar el valor de A y decir si es continua en los reales. $\begin{cases} A+e^x & \text{si} \quad x \geq 1 \\ \dfrac{A.(x^2-2x-3)}{x-1} & \text{si} \quad x<1 \end{cases}$

4) Dado P $\Rightarrow$ x = 60 – 3 p siendo p el precio y x la cantidad, encuentre la función que determina el beneficio total para $C_{(x)} = 3x^2 - 4x + \dfrac{15}{x} - 4$

Respuesta:

Ejercicio 1:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4+3x}{2+3x}\right)^{2x-1} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{4+3x+2-2}{2+3x}\right)^{2x-1} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2+3x+2}{2+3x}\right)^{2x-1} = \lim_{x\to\infty}\left(\cancel{\frac{2+3x}{2+3x}}+\frac{2}{2+3x}\right)^{2x-1} =$$

Al agregar el 2 sumando y restando se mantiene igual de la cuenta.

Se simplifican

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{2+3x}\right)^{2x-1} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2+3x}{2}}\right)^{2x-1} = \boxed{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2+3x}{2}}\right)^{\left(\frac{2+3x}{2}\right)}}^{\left(\frac{2}{2+3x}\right)(2x-1)}$$

$$\boxed{e}^{\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2}{2+3x}\right)(2x-1)} = \boxed{e^{\frac{2}{3}}}$$

Solución

Al multiplicar y dividir por lo mismo (por eso está uno arriba y otro abajo) se mantiene la igualdad de la cuenta

Ejercicio 2:

Encontrar dominio:

Ecuación de oferta: [0, + ∞) Ecuación de demanda: (0, + ∞)

Punto de equilibrio:

Igualamos las ecuaciones y despejamos para hallar el valor de *p*.

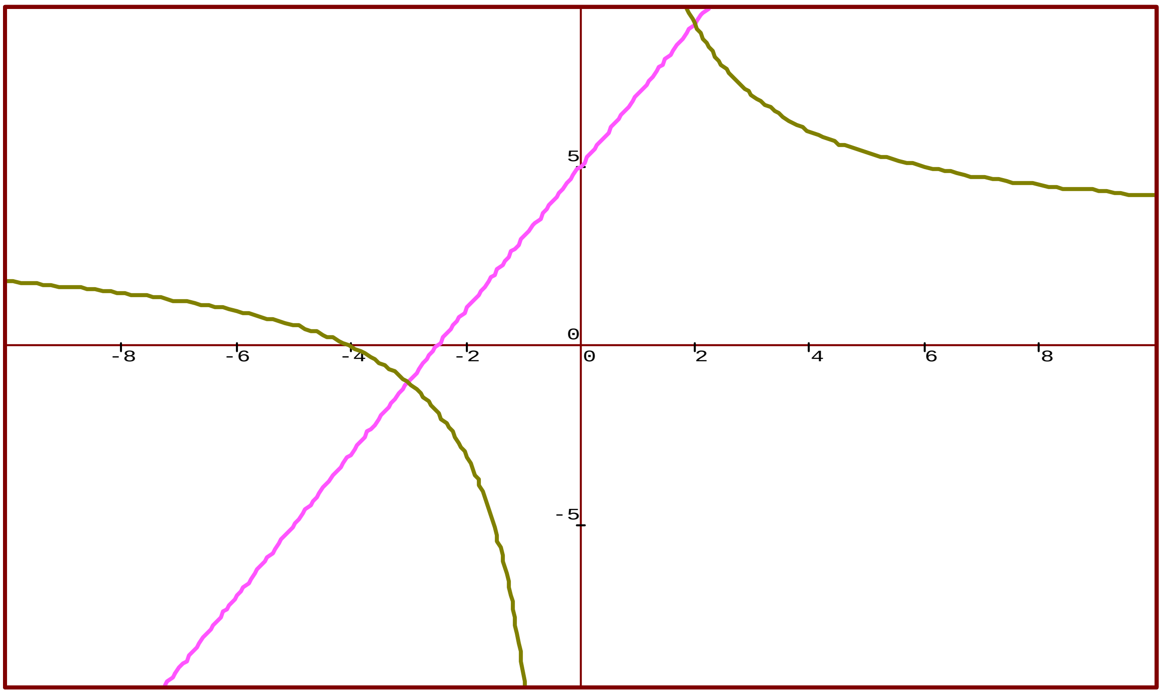
$$2p+5=\frac{3p+12}{p} \Rightarrow p(2p+5)=3p+12 \Rightarrow 2p^2+5p-3p-12=0 \Rightarrow 2p^2+2p-12=0$$

$$\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4.2.(-12)}}{2.2}=\frac{-2\pm 10}{4}\begin{cases} p_1=\frac{-2+10}{4}=2 \\ p_2=\frac{-2-10}{4}=-3\,(\text{descartado}) \end{cases}$$

Si p = 2 entonces $\begin{cases} O: A \rightarrow \Re / O_{(2)} = 2.2+5=9 \\ D: A \rightarrow \Re / D_{(2)} = \frac{3.2+12}{2}=9 \end{cases}$

Punto de equilibrio: (2, 9)

Forma gráfica:



Evidentemente no se puede tomar los valores de p (eje x) negativos. Antes del punto (2, 9) la oferta es menor que la demanda, a partir de ese punto se invierten.

Ejercicio 3:

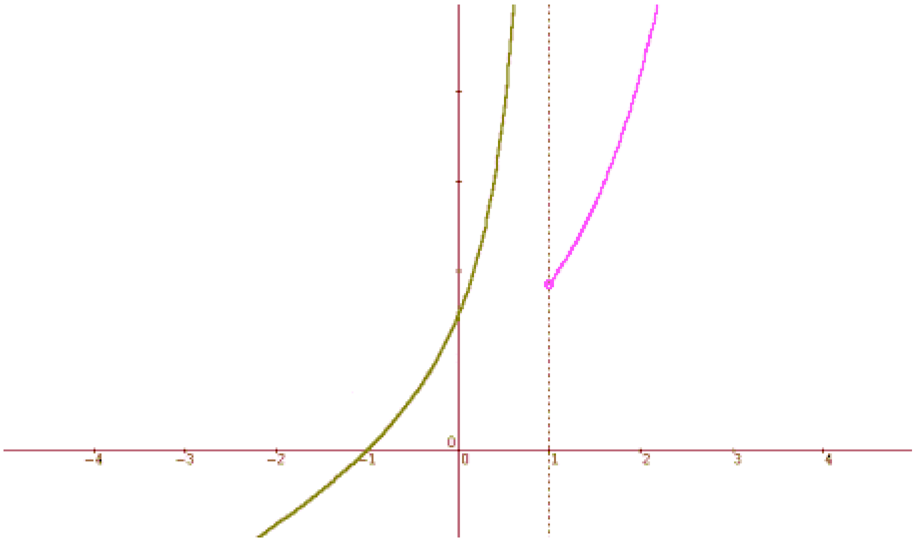
$$f_{(x)}=\begin{cases} A+e^x & \text{si} \quad x\geq 1 \\ \frac{A.(x^2-2x-3)}{x-1} & \text{si} \quad x<1 \end{cases}$$

Para verificar que sean continuas en x = 1:

a) $f_{(1)}$ = A + e^1 = A + e

b) $\lim\limits_{x\to 1^-} \frac{A(x^2-2x-3)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} A+e^x = A+e$

Si vemos el gráfico posible de la función, notaremos que no importa el valor que se le de a “A” las funciones jamás se cortarán ya que para la parte de $f_{(x)}$ donde $x < 1$, en ese punto ($x = 1$) hay una asíntota.



La función no es continua en $x = 1$ (discontinuidad insalvable) para cualquier valor de A asignado.

Ejercicio 4:

P $\Rightarrow x = 60 - 3\,p$ (despejemos x) $\Rightarrow p = 20 - {}^{1}/_{3}\,x$

Ingreso Total: R = $p\,.\,x = (20 - {}^{1}/_{3}\,x)\,.\,x = 20\,x - {}^{1}/_{3}\,x^2$

Costo (dado en el problema): $C_{(x)} = 3x^2 - 4x + \dfrac{15}{x} - 4$

Beneficio (ganancia) es la diferencia entre el ingreso y el costo

G = R – C

$$G = 20\,x - {}^{1}/_{3}\,x^2 - \left(3x^2 - 4x + \frac{15}{x} - 4\right)$$

$$\boxed{G = -\frac{10}{3} + 24x + \frac{15}{x} - 4}$$