

ÁLGEBRA - 1^{er} Parcial

TEMA: 35 B

El examen se aprueba con 3 ejercicios completos bien o con 6 mitades bien.

Ej.1: a) Sea $A = \{1, 3, 9\}$ con la operación: $x \# y = \text{m.c.d.}(x, y)$

a) Arme una tabla e indique si $\#$ es ley interna en A , si es asociativa, conmutativa, si posee neutro y la estructura de $(A, \#)$

b) Dé un ejemplo de una operación que sea ley interna en el conjunto de los enteros pero que no tenga elemento neutro. Indique si es asociativa.

Ej.2: Dada la matriz $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 13 \\ 0 & k & 5 \\ 1 & 2 & k^2 - 3k + 3 \end{pmatrix}$

a) Halle todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que el X sea singular (no inversible).

b) Considerando $k=1$, indique el rango de X .

Ej.3: Indique Verdadero o Falso, justificando como corresponda:

a) Sean $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$: si A es involutiva y $B = \frac{1}{2}(A + I)$ entonces B es idempotente.

b) Sean $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$: si A y B son simétricas entonces $A \bullet B$ es matriz simétrica.

Ej.4: Sea $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 4x & -1 & y \\ 4z & 7 & w \end{pmatrix}$ a) Calcule $\det(M)$ sabiendo que $\begin{vmatrix} z & w \\ x & y \end{vmatrix} = 3$

b) Calcule $\det(D)$ siendo $D^t = (-2) \bullet D^2 \bullet M^{-1}$

Ej.5: Sea la ecuación matricial: $X \bullet A + I = (C \bullet X^{-1})^{-1}$

a) Despeje la matriz cuadrada X

b) Considerando las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ calcule la inversa de X .

Ej.6: Considere una economía hipotética sencilla de dos industrias S y T representada en la tabla:

	S	T	D.F.	P.T.
S	34			
T			25	84
V.A.		28		
P.T.				152

a) Complete la tabla sabiendo que lo que utiliza T de su propia producción es 42.

b) Halle la nueva tabla si la demanda final cambia a 55 para S y 135 para T .