

## ÁLGEBRA - 1<sup>er</sup> Parcial

### TEMA : 35 A

El examen se aprueba con 3 ejercicios completos bien o con 6 mitades bien.

**Ej. 1:** a) En el conjunto  $E = \{ e, f, d, n \}$  se define la operación  $\diamond$  mediante la tabla:

$\diamond$	e	f	d	n
e	n	e	n	n
f	e	f	d	n
d	n	d	f	d
n	n	n	d	f

Analice si  $\diamond$  es conmutativa, asociativa y si posee elemento neutro. ¿Qué elemento debe modificarse para que  $\diamond$  posea simétrico?

**Sugerencia: halle  $(d \diamond e) \diamond n$  y  $d \diamond (e \diamond n)$**

b) Analice la estructura de  $(H, \bullet)$

Siendo  $H = \{ x = \frac{1}{n} \wedge n \in \mathbb{N} \}$  y  $\bullet$  es el producto usual.

**Ej. 2:** Dada la matriz  $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3} / m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \leq j \\ 0 & \text{si } i > j \end{cases}$

a) Halle la matriz  $M^{-1}$  (inversa de  $M$ )

b) Indique el rango de la matriz  $A = M - I$  (siendo  $I$  la identidad de orden 3)

**Ej. 3:** : Indique Verdadero o Falso, justificando como corresponda:

a) Sea  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Si  $A$  es ortogonal y simétrica entonces  $A$  es involutiva

b) Sean  $A$  y  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : si  $A$  y  $B$  son regulares entonces  $A - B$  es regular

**Ej. 4:** Sean las matrices  $P, Q \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  tales que :  $\det(P) = 5$

a) Si  $Q = (2P_1 \quad P_3 + P_2 \quad P_4 \quad 3P_1 + 2P_3)$ , calcule  $\det(Q)$

b) Si  $\det(Q) = 8$ , halle el valor de  $\det(2 P^t Q^{-1})$ .

**Ej. 5:**

a) Sea la ecuación matricial:  $A \bullet X = B$

$$\text{Siendo } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Calcule la matriz  $X$  usando el método de Crámer.

b) Despeje X en la ecuación:  $B \cdot (C + X \cdot A) = C + I$

Sabiendo que A y B son inversibles.

**Ej. 6:** Considere una economía hipotética sencilla de dos industrias M y N representada en la tabla:

	M	N	D.F.	P.T.
M	28	12	16	56
N	14	36	22	72
V.A	14	24		
P.T.	56	72		128

a) ¿Qué valor produce M y utiliza N?  
¿Cuál es la producción total de la industria N?

b) Determine la nueva tabla, si la demanda final cambia a 20 para M y 25 para N.