Segundo Parcial: (ciudad '98)

1. Sea f: $R^4 \to R^4$ la transformación lineal dada por
$f_{(x_1,x_2,x_3,x_4)} = ((a+2)x_3; 9x_1 + 3ax_2 + 3x_3; 3x_1 + 3x_2 + x_4)$
Hallar todos los valores de a tal que dim $Nu_f = dim$ Im_f
2. Sean en R^3 la base B = $\langle(-1,-1,-1);(0,-1,0);(4,0,0)\rangle$ y la transformación lineal f dada por
$M_{BE}(f) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 0 & -6 \\ 3 & 0 & -9 \end{pmatrix}$ Definir f $g: R^3 \to R^3 / Im_g \cap Im_f = Nu_f$; $Nu_g = \langle(3,2,2)\rangle$
3. Resolver $Z^7 - Z\,.\,\overline{Z} = 0$ representar las soluciones en el plano C
4. Sean en R^3 la base $B = \langle(1,1,0);(1,0,0)(1,-1,1)\rangle$ y la transformación lineal f dada por
$M_{B(f)} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, hallar los autovalores de f y para cada autovalor un autovector asociado.

Segundo Parcial '99:

1. Sean f: $R^3 \to R^3$ la transformación lineal definida por :
$$f_{(x_1,x_2,x_3)} = (3x_1 + x_2 - x_3; x_1 + 2x_2 - kx_3; x_2 - x_3) \text{ y}$$
$$S = \left\{x \in R^3 / f_{(x_1,x_2,x_3)} = (x_3, x_2, x_1)\right\}$$
   a) Hallar k de modo que sea S $\neq$ {0}
   b) Hallar una base de S para el valor de k calculado
2. Hallar rodos los z $\in$ C tales que : $z^6 = 1 - \sqrt{3}i \quad y \quad \frac{\pi}{2} < \arg(i.z) < \frac{3\pi}{2}$
3. Sea $P_{(x)} = x^4 + a\,x^3 + b\,x^2 + b\,x - 2$.
   a) Hallar a y $b \in$ R, tales que –1 sea raíz de $P_{(x)}$
   b) Escribir P como producto de polinomios de grado 1.
4. Sean f: $R^3 \to R^3$ la transformación lineal tal que $M_E(f) = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$
   a) Hallar una base de $Nu_{(f)}$ y una base de $Im_{(f)}$
   b) Hallar si es posible bases B_1 y B_2 tales que $M_{B_1B_2(f)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Segundo Parcial:´99.

1. a) Definir una transformación lineal f: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $\mathbb{R}^3$ = Nu (f) $\oplus$ **S,** siendo
S = $\{x \in \mathbb{R}^3 / x_1 - x_2 + x_3 = 0\}$
b) Para la f hallada en a) encontrar $\{ x \in \mathbb{R}^3 / f(x) = (1, 2)\}$.
2. a) Hallar todos los valores de $z \in$ **C** tales que: $2.z = i\,.\,\bar{z}^2$
   b) Hallar un polinomio $P \in R_{(x)}$, de grado mínimo, que tenga como raíces a todas las soluciones de la ec. Resuelta en a)
3. Dada $A = \begin{pmatrix} k & 0 & -5 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$
   a) Hallar k de modo que $\lambda = -2$ sea el valor propio de A
   b) Para el k encontrado, hallar todos los valores propios y decidir si A es o no diagonable.
4. Dadas las bases de $\mathbb{R}^4$: $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ $B' = \{ v_2 - v_4; v_1 + v_3 + v_4; v_1 + v_4; v_1 + v_2 + v_4\}$ sea f: $\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ la transformación lineal tal que $M_{BB'}(f) = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -4 & 8 \\ 2 & -2 & 1 & -4 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ Probar que $Nu_{(f)} = Im_{(f)}$.

Segundo parcial: ´99.

1. Sea f :$\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ la transformación lineal dada por $f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 - x_2 + x_3, 3x_1 + x_2, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ Definir una transformación lineal g: $\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ tal que Nu (g) = Im (f) y Nu (f) $\leq$ Im (g).
2. Hallar un polinomio $P \in R_{(x)}$, de grado mínimo que simultáneamente cumpla: $P_{(2)} = 36$,
$P_{(1-i)} = 0$ $\frac{\partial P}{\partial x}(3) = P_{(3)} = 0$.
3. Sea f :$\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal dada por: $f(x_1; x_2; x_3) =$
$= (-x_1 + 4x_2, 2x_1 - 3x_2, x_1 + 5x_2 + 2x_3)$.
Encontrar una base B de $\mathbb{R}^3$ para la cual $M_B(f)$ sea una matriz diagonal.
4. Sea f: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por: $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_3, x_2 + x_2 + x_3, x_1 + 2x_2)$.
Hallar una base B de $\mathbb{R}^3$ que $M_{BE}(f) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

Segundo Parcial: ´99

1. Dados los subespacios de $\mathbb{R}^4$: $S = \{x \in \mathbb{R}^4 / x_1 - x_2 - x_3 = 0\}$,
$W = \{x \in \mathbb{R}^4 / x_1 - x_2 - x_3 = 0; x_1 - x_3 = 0\}$.
   a) Definir, si es posible, una transformación lineal f: $\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ que verifique f(W) = W y f(S) $\subset$ W
   b) Determinar Un (f) e Im (f).
2. Encontrar todos los complejos z que verifican: $\left(\overline{z-2}\right)^2 = (z-2)^2$
3. Hallar todas las raíces de $P(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 28x^2 - 18x - 72$, sabiendo que P(- 3i) = 0.
4. Sean en $\mathbb{R}^3$ la base B = {(0, 0, 1); (0, 1, 1);(1, 1, 1)} y la transformación lineal f: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por $M_B(f) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$. Encontrar, si existe, una base B' de $\mathbb{R}^3$ tal que M_B sea diagonal.