

Agradecimientos especiales a Mauro J. B. , la persona que se encargó de copiar el examen.

En esta primera parte en algunos copie todos los resultados pero como veía que estaba corto de tiempo y tenía que entregarlo empecé a copiar solamente mis respuestas.

Primera parte

- 1) Si $V \in \mathbb{R}^3$ es una sol del sistema $Ax = b$ ($b \neq 0$) y W es solución del sistema homogéneo asociado, entonces una sol de $Ax = -b$ es:
 $3W - V$ $W+V$ $-W$ $-W+V$

- 2) El conjunto de los $k \in \mathbb{R}$ para los cuales $\{(1, 2, 1, -1); (2, 1, k, -1) (1, -1, -1, 0)\}$ es linealmente dependiente es:
 \mathbb{R} $\{0\}$ $\{-1\}$

- 3) Si $S = \langle (1, 0, 1, 1) (0, 1, 0, 0) \rangle$ y $T = \langle (1, 2, 0, 0) (0, 2, 1, 0) \rangle$. $S \cap T$ es igual a:
 $\langle (1, 0, -1, 0) \rangle$ $\{0\}$ $\{x \in \mathbb{R}^4 / x_2 = 0\}$ $\langle (1, 4, 1, 0) \rangle$

- 4) Si $f(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3)$ y $g(x_1, x_2, x_3) = (x_2, x_1, x_3)$, $M(\text{gof})$ es
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 0 3 0 | - 110 | 01- 1 | 300 |
| 1- 10 | 300 | 3- 10 | - 110 |
| - 101 | 0- 11 | 001 | 0- 11 |

- 5) La ecuación del plano que pasa por $(1, -1, 0)$ y $(0, 1, 1)$ y no corta a la recta $(3, 2, -1) + (0, 0, 1)$ es:
 $2x - y + 4z = 3$

- 6) Sean $B = \{V_1, V_2, V_3\}$ y $B' = \{V_1 + V_2, 2V_3, V_1 - V_3\}$ bases de \mathbb{R}^3 . si $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es la t.l. / $M_{B'E}(f) = (121)$ entonces $M_{B'B}(f)$ es igual a :
- | |
|-------------|
| (0- 13) |
| (1 2 3) |
| (3 2 0) |
| (- 1 6 - 3) |
| (1 6 - 2) |

- 7) Si $P(x) = (x^3 + 1) (x^3 + 5x^2 + 8x + 4)$ entonces:
 -1 es raíz doble y -2 es raíz simple

- 8) Un $z \in \mathbb{C}$ que verifica que $Z \cdot \check{Z} = 4$ y $\arg(z) < 3/2$ es:
 $-1 - i$ 3

- 9) Un pto. de la recta $L: (1, 0, 0) + (0, 0, 1)$ que está a distancia 3 del plano $x + y + z = 0$
 $(2, 0, 1)$

- 10) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es tal que $A \cdot B = 2I$, entonces $\det(B^{-1})$ es:
 $-1/4$

- 11) Si $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es una t.l. de autovalores 3, 6, -3 y $g(x_1, x_2, x_3) = (3x_1, 3x_2, 3x_3)$, entonces los autovalores de fg son:
9, 18, -9
- 12) Una t.l. $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 / \text{Nu}(f) = \langle (1, 1, 1) \rangle$ y $\text{Im} f = \{x \in \mathbb{R}^3 / x_1 - x_2 + x_3 = 0\}$ es la transformación definida por
 $f(1, 1, 1) = (0, 0, 0)$
 $f(1, 1, 0) = (1, 1, 0)$
 $f(1, 0, 0) = (0, 1, 1)$
- 13) Sea $\{V_1, V_2, V_3\}$ una base de \mathbb{R}^3 y $B = \{V_1 - V_2, V_2 + 2V_3, V_1 + V_3\}$ las coordenadas de $V_1 + V_2 + V_3$ en base B son:
(-2, -1, 3)
- 14) Sean $\$ = \langle (1, 0, 0), (0, 1, 0) \rangle$ y $T = \langle (0, 1, 0), (0, 0, 1) \rangle$ un vector que $T(\$)$ es:
(0, 0, 2)
- 15) Si $M(f) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ entonces $\{x \in \mathbb{R}^3 / f(x) = x\}$ es igual a:
 $\langle (100), (01-1) \rangle \quad \{0\} \quad \langle (0, 1, -1) \rangle$
- 16) El conjunto de los $a \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema
 $\begin{cases} x_1 + ax_2 + x_3 = 1 \\ ax_2 + x_3 = -1 \\ (a^2 - 1)x_3 = a + 1 \end{cases}$ tiene 8 soluciones es:
{-1, 0}
- 17) Sea $B = \{(1, 1, 0), (0, -1, 1), (0, 0, 1)\}$ y sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la t.l. / $M_{BB}(f) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 Entonces, $f(1, 0, -1)$ es igual a:
(1, 2, -5)
- 18) Si $\$ = \{x \in \mathbb{R}^3 / x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$ el elemento de $\$$ que está más cerca de (1, 1, 1) es:
(0, 0, 0) (-1, 1, 1) (2/3, 1/3, 4/3) (1/3, 2/3, -1/3)
- 19) Sean $\$$ y T subespacio de dimensión 2 de \mathbb{R}^3 tales que $\$ \perp T$. Si $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es una t.l. que verifica $f(\$) = T$ y $f(T) = \$$, entonces:
 f es isomorfismo $\text{Nu}(f) = \$$ $\text{Im}(f) = T$ $\text{Nu}(f) = T$
- 20) Dos soluciones de la ecuación $Z^2 + 2Z = 0$ son:
0 y 1+i 3i y 0 -3i y -1 -2 y 1+3i

Segunda parte:

1) Sean en \mathbb{R}^4 los subespacios $\$ = \{x \in \mathbb{R}^4 / 2x_1 + x_3 - x_4 = 0\}$ y $T = \langle (1, 2, 0, 2), (1, a, b, 0), (0, 0, 1, a) \rangle$
 Encontrar todos los valores de a y $b \in \mathbb{R} / \dim(\$ \cap T) = 2$

2) Sean en \mathbb{R}^4 $\$ = \langle (1, 1, 0, 0), (0, 1, -1, 2) \rangle$ y $T = \{x \in \mathbb{R}^4 / x_1 - x_3 + 2x_4 = x_2 = 0\}$. Hallar si es posible un subespacio de W ($W \subset \mathbb{R}^4$) que satisfaga simultáneamente $T \subset W$ y $W \subset \$$

3) Sean $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ y $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ las t.l. / $M_{BB'}(f) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ -a & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $M_{BB}(g) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

donde $B = \{V_1, V_2, V_3\}$ y $B' = \{V_1 + V_2 - V_3, -V_1 - V_2 + 2V_3, V\}$ son bases de \mathbb{R}^3 . Determinar $a \in \mathbb{R}$ y $V \in \mathbb{R}^3$ sabiendo que $(f \circ g)(V_1 + V_2 + V_3) = (-V_1 + V_3)$ y $(g \circ f)(V_1 + V_2 + V_3) = (3V_1 - 8V_2 - 4V_3)$

4) Sean en \mathbb{R}^4 $\$ = \{x \in \mathbb{R}^4 / x_1 + 2x_3 - x_4 = x_2 + x_3 - x_4 = 0\}$ y $T = \{x \in \mathbb{R}^4 / x_1 + x_2 + x_3 = x_2 - x_3 + x_4 = 0\}$. Definir, si es posible, una t.l. $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ que satisfaga simultáneamente $\text{Nu}(f) = \$$, $\text{Im } f = T$ y $(f \circ f)(1001) = (f \circ f)(0010)$

5) Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la t.l. dada por $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 - x_3, -x_2 + x_3, -x_1 + x_2)$ y sea $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la t.l. / $g(x_1, x_2, x_3) = (-3x_1 + 2x_2 - x_3, x_1 + x_2 + x_3, -3x_1 - 3x_3)$. Hallar todos los $x \in \mathbb{R}^3$ para los cuales existe $x \in \mathbb{R}^3$ $x \neq 0 / f(x) = g^{-1}(x)$