

Final: 1994

Tema 3

1) Sean  $\Pi: x - 3y + z = 7$  y  $L: \lambda(0, 1, 3) + (2, -1, k)$  entonces  $L \subseteq \Pi$  si  $k$  es igual a:

- a) 7                      b) 0                      c) 2                      d) para ningún valor de
- $k$

Rta: c

2) Sean  $S = \langle (1, 2, -1, 0); (1, 1, 0, 0) \rangle$  y  $T = \{x \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_2 - x_3 = 0\}$  entonces:

- a)
- $\dim(S + T) = 4$
- b)
- $\dim(S + T) = 3$
- c)
- $S \cap T = 0$
- d)
- $S \cap T = \langle (1, 1, 0, 0) \rangle$

Rta: b

3) Las rectas  $L_1: x = \lambda(1, -1, 0) + (1, 1, -1)$  y  $L_2: x = \lambda(1, 1, -1) + (1, -1, 0)$ 

- a) son coincidentes                      b) se cortan en un punto
- 
- c) son alabeadas                      d) son paralelas y distintas.

Rta: c

4) Si  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ , entonces el determinante de  $\begin{pmatrix} a & 2a & 3a \\ 2b & 3b & 4b \\ 3c & 4c & 6c \end{pmatrix}$  es:

- a)
- $a \cdot b \cdot c$
- b)
- $a + b + c$
- c) 0                      d)
- $-a \cdot b \cdot c$

Rta: d

5) Si  $B = \{v_1, v_2, v_3\}$  y  $B' = \{v_1 + v_2 + v_3, v_1 + v_2, v_1\}$  son bases de  $V$ , entonces las coordenadas del vector  $w = v_1 + 2v_2 + 3v_3$  en la base  $B'$  son: a) (3, -1, -1)                      b) (-1, -1, 3)                      c) (1, 2, 3)                      d) (6, 3, 1)

Rta: a

6) Sea el polinomio  $P_{(\alpha)} = \alpha^2 x^3 + 5\alpha x - 2$ . Los valores de  $\alpha$  para los cuales  $P_{(2)} = 10$  son:

- a)
- $\alpha = 2$
- o
- $\alpha = \frac{3}{4}$
- b)
- $\alpha = -2$
- o
- $\alpha = \frac{3}{4}$
- c)
- $\alpha = 0$
- d) no existe
- $\alpha$

Rta: b

7) Sea el sistema de ecuaciones  $A \cdot x = b$  con  $b \neq 0$ . Si  $x_1$  y  $x_2$  son dos soluciones distintas de estesistema, entonces,  $x_1 - 3x_2$  es solución de: a)  $A \cdot x = -2b$                       b)  $A \cdot x = -b$                       c)  $A \cdot x = 0$                       d)  $A \cdot x = b$ 

Rta: d

8) El sistema cuya matriz ampliada es  $\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & a-3 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ a-3 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right)$  tiene infinitas soluciones para:

- a)
- $\alpha = 3$
- b)
- $\alpha \neq 3$
- c)
- $\alpha = 0$
- d)
- $\alpha \neq 0$

Rta: a

9) Sean las transformaciones lineales,  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f_{(x)} = (x_1 + x_2, x_3 + x_4, x_4)$  y  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ ,  $f_{(x)} = (x_1 + x_2 + x_3, x_2, x_1 + x_3, 0)$  y el subespacio  $S = \langle (1, 1, 2, -1); (1, -1, 0, 0) \rangle$  entonces una base de  $g \circ f$ 

(S) es:

- a)
- $\{g \circ f_{(1, -1, 0, 0)}\}$
- b)
- $\{g \circ f_{(1, 1, 2, -1)} - g \circ f_{(1, -1, 0, 0)}; g \circ f_{(1, -1, 0, 0)}\}$
- 
- c)
- $\{g \circ f_{(1, 1, 2, -1)}; g \circ f_{(1, -1, 0, 0)}\}$
- d)
- $\{g \circ f_{(1, 1, 2, -1)} - g \circ f_{(1, -1, 0, 0)}\}$

Rta: c

10) Si  $S = \{x \in \mathbb{R}^4 : Ax = 0\}$  siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & a^2 - 1 & a + 1 \end{pmatrix}$  entonces  $\dim. S = 2$  para:

- a)
- $\alpha = 2$
- b)
- $\alpha \neq -2$
- c)
- $\alpha = -1$
- d)
- $\alpha = 0$

Rta: a

11) Si  $P(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 4)^3(x + 2i)$  entonces:

- a) 5 es raíz simple y  $-2i$  es triple      b)  $2i$  es triple y  $-2i$  es de multiplicidad 4  
 c)  $-5$  es raíz simple y  $-2i$  es triple      d)  $2i$  y  $-2i$  son raíces triples  
 Rta: b ( $-2i$  es raíz de cuatro veces)

12) Si  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tiene autovalores  $-3, 2, 1$  entonces los autovalores de  $f \circ f$  son:

- a)  $-6, 4, 2$       b)  $9, 4, 1$       c)  $-3, 2, 1$       d) no tiene autovalores reales  
 Rta: b

13) Sea  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tal que,  $f(x) = (x_1 + x_2 - x_3 - x_4, x_1 - x_3, x_2 - x_4, x_1 - x_2 - x_3 + x_4)$  entonces una base de Im.  $f$  es:

- a)  $\{(3,2,1,1);(2,1,1,0)\}$       b)  $\{(3,2,1,1);(2,1,1,1)\}$   
 c)  $\{(1,1,0,1);(1,0,1,-1);(2,1,1,0)\}$       d)  $\{(1,1,0,1);(1,0,1,-1);(-1,-1,0,-1);(-1,0,-1,-1)\}$   
 Rta: c

14) Sea  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tal que  $f(x) = (x_1 + x_2, 3x_1 - x_2, x_3)$ , y sea  $B = \{(3,1,0);(0,0,1);(-1,1,0)\}$  una base de  $\mathbb{R}^3$ .

La base  $B'$  para la cual  $M_{BB'}(f) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  es: a) no existe  $B'$       b)  $B' = \{(2,4,0);(0,0,1);(0,2,0)\}$

- c)  $B' = \{(0,0,1);(2,4,0);(0,2,0)\}$       d)  $B' = \{(2,4,0);(0,2,0);(0,0,1)\}$       Rta: c

15) Si  $z$  es raíz sexta de 1, entonces una raíz cúbica de  $-3$  es: a)  $\sqrt[3]{3}z^3$       b)  $-\sqrt[3]{3}z^2$       c)  $-3z$       d)  $-3z^2$   
 Rta: d

16)  $\left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) \cdot \bar{z} + \operatorname{Im}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)z = 9 \right\}$  es: a)  $\{3; -3; 3i; -3i\}$       b)  $\left\{ 3; -3; \frac{3\sqrt{2}}{2}(1-i); \frac{3\sqrt{2}}{2}(-1+i) \right\}$       c)  
 $\left\{ 3; \frac{3\sqrt{2}}{2}(1-i) \right\}$       d)  $\{3; -3\}$

17) Sea  $\{v_1, v_2, v_3\}$  base de un espacio vectorial  $V$ . Si  $S = \langle v_1 + v_2, v_1 - v_2 \rangle$  y  $H = S + v_3$  entonces:

- a)  $\alpha(v_1, v_2) + \beta(v_1, v_2) + 3v_3 \in H$       b)  $\alpha(v_1, v_2) + \beta(v_1, v_2) \in H$   
 c)  $\alpha v_1 + \beta v_2 + v_3 \in H$       d)  $H = V$

Rta: d

18) Sea  $f: V \rightarrow V$  transformación lineal,  $\dim V = 4$  y  $\dim \operatorname{Nul} f = 2$ . Si  $S$  es un subespacio de  $V$  que verifica:  $\operatorname{Un} f \leq S \leq V$ ,  $\operatorname{Nul} f \perp S$  y  $V \neq S$ , entonces  $\dim f(S)$  es:

- a) 2      b) 3      c) 1      d) no se puede asegurar la dimensión de  $f(S)$

Rta: d

19) Si  $B = \{(1,1,-1,1);(1,1,1,0);(-1,1,0,0);(1,0,0,0)\}$  es base de  $\mathbb{R}^4$  y  $M_{BB'}(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  entonces  $f^{-1}_{(0,3,3,2)}$  es:

- a) un plano que pasa por  $(1, -1, 0, 0)$       b)  $\{(1, -1, 0, 0)\}$       c) una recta que pasa por  $(1, -1, 0, 0)$       d) 0

Rta:

20) Sean  $f: V \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 3}$  monomorfismo tales que  $\dim \operatorname{Nu}(g \circ f) = 2$ , entonces:

- a)  $\dim V = 10$       b)  $\dim V = 8$       c)  $\dim V = 5$       d)  $\dim V = 6$

Rta: b