

Apellido y Nombre:  
 Documento de Identidad:  
 Año y cuatrimestre que curso  
 Profesor

CALIFICACION  
 Profesor:  
 Firma y Aclaración:

La presente evaluación consta de 5 puntos (si rinde en condición de alumno "libre" por favor vea el punto 6).  
 Ud. Dispone de 2 horas para responder; la hora de finalización será escrita en el pizarrón al momento de iniciar el examen.  
 Se recomienda leer con detenimiento a fin de evitar errores de interpretación.  
 Es condición necesaria completar su respuesta en los cuadros ubicados a la derecha del enunciado; agregue las hojas con las justificaciones pertinentes.  
 Para aprobar el examen se requiere:  
 De los ejercicios 1 al 3 deben responderse por lo menos dos bien en su totalidad.  
 De los ejercicios 4 al 6 deben responderse el 50% bien de cada uno.

1.- Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -x + z = -1 \\ 2x + 2y - z = 3 \\ (k^2 - 3)x - z = k^2 + k - 1 \end{cases}$$

a)
a-1)
a-2)
b)

a) Hallar el ó los valores de  $k \in \mathbb{R}$  que hacen que el sistema sea:  
 a-1) Compatible indeterminado.  
 a-2) Incompatible

b) Hallar el conjunto solución del sistema homogéneo asociado al dado para  $k = 2$

2.- Sean  $A = \{ (3, -3, 6), (-1, 1, -2) \}$  y el vector  $v = (a, a^2, 2a) \in \mathbb{R}^3$

a)
b)
c)

a) Hallar  $a \in \mathbb{R}$  para que el  $v$  sea combinación lineal de los vectores del conjunto A.  
 b) Usando el conjunto A, ¿Qué subespacio genera?  
 c) Hallar una base y la dimensión de  $\bar{A}$

3.- Hallar los valores  $x, y, z \in \mathbb{R}$  para que la matriz A sea una matriz escalar

$$A = \begin{pmatrix} x+y+z & 0 & 2x-2y-2z \\ x-y-z & -x+y-z & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4.- Una empresa de productos químicos produce dos tipos de fertilizantes. Su marca I contiene nitratos y potasio en las cantidades 3y 10 respectivamente y su marca II contiene estos dos ingredientes en las cantidades 1 y 2 respectivamente. Cada mes la empresa dispone de un suministro de 60 kg. de nitratos, y 200 kg. de potasio.

a)
b)
c)

a) Si la empresa debe utilizar todos los recursos ¿Qué cantidad de cada tipo deberá producir? Resuelva empleando el método matricial. ¿Cuál es la ganancia si la empresa obtiene una utilidad de \$ 30 por cada kg. de fertilizante I y \$ 48 por cada kg. de fertilizante II?  
 b) Si la empresa puede no emplear todos los recursos. ¿Qué cantidad de cada tipo deberá producir a fin de obtener la máxima utilidad? Resuelva empleando el método Simplex.  
 c) Compare ambos resultados.

5.- Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas y justifique:

a)
b)
c)
d)
e)
f)

a)  $S = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 / x_1 = 4x_4 \wedge x_2 = 3 + x_4 \}$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$   
 b) Sean  $A, B$  y  $C \in \mathbb{R}^{2 \times 2} / |A| = 4$  y  $|B| = 2$  si  $|3A^T B^{-1}C^2| = 18 \Rightarrow |C| = 1$   
 c) Si los vectores  $\{ u_1, u_2, u_3 \}$  son linealmente independientes. El conjunto  $\{ u_1 + u_3, u_2, u_1 - u_3 \}$  es base de  $\mathbb{R}^3$   
 d)  $(\mathbb{R}^+, +)$  es grupo abeliano.  
 e) Si  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  y  $\det(A^{-1}) = 5$  entonces  $r(A) = 3$   
 f) El conjunto  $B = \{ (1, 1, 0), (0, 1, 1) \}$  constituye una base de  $S = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + z = 0 \}$

6.- Sólo para alumnos libres. Demostrar:

a) Si A es una matriz de orden n:  $A \cdot A^t$  es una matriz simétrica.  
 b) Demostrar que si A y B son REGULARES de igual orden,  $A \cdot B$  es REGULAR.